وزارة التربية والتعليم
Ministry of Education
المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل الثاني: الأعداد الحقيقية ونظرية فيثاغورس

العبيكان Obeikan
McGraw Hill Education
١٤٣٥هـ - ٢٠١٤م

يوزع مجانًا ولا يباع

الرياضيات ـ الصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

Math Connects © 2009

CHAPTER RESOURCE MASTERS

Course 3

www.macmillanmh.com

www.obeikaneducation.com

Education

English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله وعلى آله وصحبه أجمعين.

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحة في كل تدريب منها لتغطي درسًا من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلًا عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركِّز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقًا من اهتمام هذه المناهج بحلّ المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس (ما عدا درس استراتيجية حل المسألة)، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلُّم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط و فوق المتوسط.

ملحق الإجابات

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقًا بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصغَّرة.

الفهرس

المقدمة ٤

الدرس ٢-١ الجذور التربيعية

تدريبات إعادة التعليم ٦

تدريبات حل المسألة ٧

التدريبات الإثرائية ٨

الدرس ٢-٢ تقدير الجذور التربيعية

تدريبات إعادة التعليم ٩

تدريبات حل المسألة ١٠

التدريبات الإثرائية ١١

الدرس ٢-٣ استراتيجية حل المسألة (استعمال أشكال فن)

تدريبات إعادة التعليم ١٢

تدريبات حل المسألة ١٣

الدرس ٢-٤ الأعداد الحقيقية

تدريبات إعادة التعليم ١٤

تدريبات حل المسألة ١٥

التدريبات الإثرائية ١٦

الدرس ٢-٥ نظرية فيثاغورس

تدريبات إعادة التعليم ١٧

تدريبات حل المسألة ١٨

التدريبات الإثرائية ١٩

الدرس ٢-٦ تطبيقات على نظرية فيثاغورس

تدريبات إعادة التعليم ٢٠

تدريبات حل المسألة ٢١

التدريبات الإثرائية ٢٢

الدرس ٢-٧ هندسة: الأبعاد في المستوى الإحداثي

تدريبات إعادة التعليم ٢٣

تدريبات حل المسألة ٢٤

التدريبات الإثرائية ٢٥

ملحق الإجابات ٢٦-٣٦

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ١ تدريبات إعادة التعليم

الجذور التربيعية

الجذر التربيعي لعدد هو أحد عامليه المتساويين. ويطلق على الرمز $\sqrt{\ }$ إشارة الجذر، ويستعمل للدلالة على الجذر التربيعي الموجب، وكل عدد موجب له جذران تربيعيان سالب، وموجب.

أمثلة **أوجد الجذور التربيعية الآتية:**

١ $\sqrt{١}$ — بما أن ١ × ١ = ١، فإن $\sqrt{١} = ١$

٢ $-\sqrt{١٦}$ — بما أن ٤ × ٤ = ١٦، فإن $-\sqrt{١٦} = -٤$

٣ $\sqrt{٠,٢٥}$ — بما أن ٠,٥ × ٠,٥ = ٠,٢٥، فإن $\sqrt{٠,٢٥} = ٠,٥$

٤ $\sqrt{\frac{٢٥}{٣٦}}$ — بما أن $\frac{٥}{٦} \times \frac{٥}{٦} = \frac{٢٥}{٣٦}$، فإن $\sqrt{\frac{٢٥}{٣٦}} = \frac{٥}{٦}$

مثال ٥ **حُلَّ المعادلة $أ^٢ = \frac{٤}{٩}$**

$أ^٢ = \frac{٤}{٩}$ — اكتب المعادلة

$\sqrt{أ^٢} = \sqrt{\frac{٤}{٩}}$ — خذ الجذر التربيعي لكل طرف

$أ = \frac{٢}{٣}$ أو $\frac{-٢}{٣}$ — لاحظ أن $\frac{٢}{٣} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٩}$، $\left(\frac{-٢}{٣}\right)\left(\frac{-٢}{٣}\right) = \frac{٤}{٩}$

للمعادلة حلان هما: $\frac{٢}{٣}$، $\frac{-٢}{٣}$

تمارين

أوجد الجذور التربيعية الآتية:

١ $\sqrt{٤}$ ٢ $\sqrt{٩}$ ٣ $-\sqrt{٤٩}$ ٤ $-\sqrt{٢٥}$

٥ $\sqrt{٠,٠١}$ ٦ $-\sqrt{٠,٦٤}$ ٧ $\sqrt{\frac{٩}{١٦}}$ ٨ $-\sqrt{\frac{١}{٢٥}}$

جبر: حلّ كل معادلة مما يأتي:

٩ $س^٢ = ١٢١$ ١٠ $أ^٢ = ٣٦٠٠$ ١١ $ف^٢ = \frac{٨١}{١٠٠}$ ١٢ $ت^٢ = \frac{١٢١}{١٩٦}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢-١ تدريبات حل المسألة

الجذور التربيعية

١ **لوحة:** تريد نوف وضع لوحة حائط في غرفة المعيشة. فإذا كانت اللوحة مربعة الشكل، ومساحتها ٤,٤١ م^{٢}، فكم طول ضلعها؟	٢ **هندسة:** إذا كانت مساحة مربع ١ م^{٢}، فكم سنتمترًا طول كلّ ضلع؟
٣ **صور:** إذا كانت مساحة صورة مربعة الشكل للحرم النبوي الشريف ١٦٩ سم^{٢}، فكم طول ضلعها؟	٤ **كعك:** أعدت لينا كعكة مربعة الشكل. وقسّمتها إلى ١٢١ قطعةً مربعةً طول كل ضلع منها بوصة واحدة؛ لتقديمها في حفل خيري. فما طول كل ضلع من الكعكة؟
٥ **فن:** يريد عبد الله تشكيل مربع بـ ١٩٦ كرة بلورية. فكم كرة سيضع في كل صف؟	٦ **حدائق:** يخطط عمر لعمل حديقة مربعة الشكل مساحتها ٢٨٩ م^{٢}. فما طول ضلع الحديقة؟
٧ **تبليط:** لدى علي ٣٢٤ بلاطةً مربعة الشكل. يريد استعمالها لتبليط منطقة مربعة من فناء منزله. فكم بلاطة طول ضلع هذه المنطقة؟	٨ **هندسة:** إذا كانت مساحة قطعة أرض مربعة الشكل ٥٢٩ م^{٢}، فما طول ضلع قطعة الأرض هذه؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

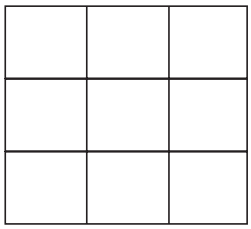
٢ - ١ التدريبات الإثرائية

الجذور التكعيبية

الجذر التربيعي هو أحد أنواع الجذور، أما الجذر التكعيبي فهو نوع آخر منها.

تذكّر بأن العدد ٩ مربع كامل؛ لأنه مربع عدد كلي، والعدد ٢٧ مكعب كامل؛ لأنه مكعب عدد كلي.

الجذر التربيعي



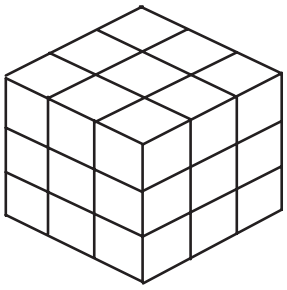
الجذر التربيعي للعدد ٩ هو ٣؛ لأن ٣ × ٣ = ٩.

ويمكن كتابة ذلك بالرموز كما يأتي: $\sqrt{٩}$ = ٣

الجذر التكعيبي

الجذر التكعيبي للعدد ٢٧ هو ٣؛ لأن ٣ × ٣ × ٣ = ٢٧

ويمكن كتابة ذلك بالرموز كما يأتي: $\sqrt[٣]{٢٧}$ = ٣



ناقش التمرينين ١، ٢ مع زميلك قبل الإجابة عنهما.

١ ماذا يعني $\sqrt{-٩}$ ؟ وهل لذلك معنى؟ فسّر إجابتك.

٢ ماذا يعني $\sqrt[٣]{-٢٧}$ ؟ وهل لذلك معنى؟ فسّر إجابتك.

٣ **أكمل الجدول الآتي بذكر بعض المكعبات الكاملة وجذورها التكعيبية:**

المكعب الكامل		− ١		٨	٦٤	١٢٥				١٠٠٠
الجذر التكعيبي	− ٢		١				٦	٧	٨	

أوجد قيم الجذور التكعيبية الآتية:

٤ $\sqrt[٣]{٣٤٣}$

٥ $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٦٤}}$

٦ $\sqrt[٣]{٠,٠٠٠٠٠٨}$

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من حلك:

٧ $\sqrt[٣]{س}$ = −٥

٨ ص^{٣} = ٢١٦

٩ ع^{٣} = −٠,٥١٢

١٠ ينتج أحد المصانع قطعًا خشبية مكعبة الشكل مرقّمة، طول ضلع القطعة الواحدة منها بوصة واحدة. يُراد وضعها مغلّفة في حاويات لتشكّل مكعبات كاملة على أن يحتوي المغلف الواحد ثلاث مجموعات في كلٍّ منها ٣٦ مكعبًا. فما أصغر صندوق مكعب الشكل يناسب المكعبات كلها؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٢ تدريبات إعادة التعليم

تقدير الجذور التربيعية

معظم الأعداد ليست مربعات كاملة، ولا يمكن إيجاد جذورها التربيعية الدقيقة إلا أنه يمكنك تقدير الجذور التربيعية لها.

مثال ١ **قدّر $\sqrt{٢٠٤}$ إلى أقرب عدد كلي.**

- **أكبر مربع كامل أقل من ٢٠٤ هو ١٩٦، $\sqrt{١٩٦}$ = ١٤**
- **أصغر مربع كامل أكبر من ٢٠٤ هو ٢٢٥، $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥**

١٩٦ < ٢٠٤ < ٢٢٥ اكتب المتباينة

$١٤^٢ < ٢٠٤ < ١٥^٢$ ١٩٦ = $١٤^٢$، ٢٢٥ = $١٥^٢$

١٤ < $\sqrt{٢٠٤}$ < ١٥ أوجد الجذر التربيعي لكل عدد

لذا فإن $\sqrt{٢٠٤}$ يقع بين ١٤، ١٥. وبما أن ٢٠٤ أقرب إلى ١٩٦ منه إلى ٢٢٥. فإن أفضل تقدير لِـ $\sqrt{٢٠٤}$ بعدد كلي هو ١٤.

مثال ٢ **قدّر $\sqrt{٧٩,٣}$ إلى أقرب عدد كلي.**

- أكبر مربع كامل أقل من ٧٩,٣ هو ٦٤، $\sqrt{٦٤}$ = ٨
- أصغر مربع كامل أكبر من ٧٩,٣ هو ٨١، $\sqrt{٨١}$ = ٩

٦٤ < ٧٩,٣ < ٨١ اكتب المتباينة

$٨^٢ < ٧٩,٣ < ٩^٢$ ٦٤ = $٨^٢$، ٨١ = $٩^٢$

٨ < $\sqrt{٧٩,٣}$ < ٩ جد الجذر التربيعي لكل عدد

لذا فإن $\sqrt{٧٩,٣}$ يقع بين ٨، ٩. وبما أن ٧٩,٣ أقرب إلى ٨١ منه إلى ٦٤، فإن أفضل تقدير لِـ $\sqrt{٧٩,٣}$ بعدد كلي هو ٩.

تمارين

قدّر ما يأتي إلى أقرب عدد كلي:

١) $\sqrt{٨}$ ٢) $\sqrt{٣٧}$ ٣) $\sqrt{١٤}$

٤) $\sqrt{٢٦}$ ٥) $\sqrt{٦٢}$ ٦) $\sqrt{٤٨}$

٧) $\sqrt{١٠٣}$ ٨) $\sqrt{١٤١}$ ٩) $\sqrt{١٤,٣}$

١٠) $\sqrt{٥١,٢}$ ١١) $\sqrt{٨٢,٧}$ ١٢) $\sqrt{١٧٥,٢}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٢ تدريبات حل المسألة

تقدير الجذور التربيعية

١ **هندسة:** قدّر طول ضلع مربع مساحته ٢٩ سم^{٢} إلى أقرب عدد كلي.	٢ **بُسط:** لدى مريم بساط مربع الشكل في غرفة المعيشة، مساحته ١٩ ياردة مربعة. قدّر طول ضلعه إلى أقرب عدد كلي.
٣ **حدائق:** خطّطت ربى لعمل حديقة مربعة مساحتها ٢٠٠ م^{٢}. قدّر طول ضلعها إلى أقرب عدد كلي.	٤ **جبر:** قدّر حل المعادلة جـ^{٢} = ٤٠ إلى أقرب عدد صحيح.
٥ **جبر:** قدّر حل المعادلة س^{٢} = ١٣٨,٢ إلى أقرب عدد صحيح.	٦ **متتابعات:** إذا كان **الوسط الهندسي** للعددين الموجبين أ ، ب هو $\sqrt{\text{أ ب}}$ فقدّر الوسط الهندسي للعددين ٥ ، ١٠ إلى أقرب عدد كلي.
٧ **هندسة:** إذا كان نصف قطر دائرة معينة نق يُعطى بالصيغة نق = $\sqrt{٧١}$. فقدّر نصف قطر هذه الدائرة إلى أقرب عدد كلي.	٨ **هندسة:** يعُبّر عن القاعدة ق لمثلث قاعدته وارتفاعه متساويان، بالعلاقة ق = $\sqrt{٢\text{م}}$ ، حيث م مساحة المثلث. قدِّر طول قاعدة مثلث من هذا النوع مساحته ١٧ م^{٢} إلى أقرب عدد كلي.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٢ التدريبات الإثرائية

صيغة هيرون

تستعمل الصيغة التي تحمل اسم هيرون الإسكندراني؛ لإيجاد مساحة مثلث عُلمت أطوال أضلاعه.

الخطوة ١

أوجد نصف محيط المثلث ح الذي أطوال أضلاعه أ ، ب ، جـ.

$$ح = \frac{أ + ب + جـ}{٢}$$

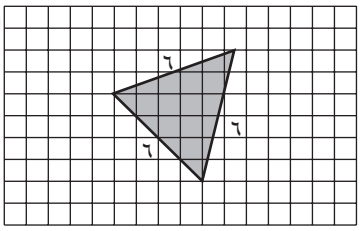
الخطوة ٢

عوّض قيم ، أ ، ب، جـ في صيغة هيرون؛ لإيجاد المساحة.

$$م = \sqrt{ح(ح-أ)(ح-ب)(ح-جـ)}$$

قدّر مساحة كل مثلث بعدِّ المربعات ثم استعمل صيغة هيرون؛ لحساب المساحة بدقة أكثر. أعطِ الجواب مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

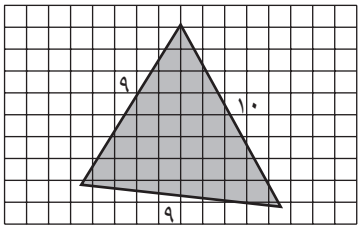
١



المساحة المقدرة:

المساحة المحسوبة:

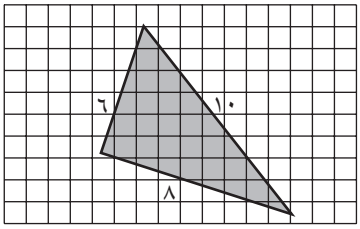
٢



المساحة المقدرة:

المساحة المحسوبة:

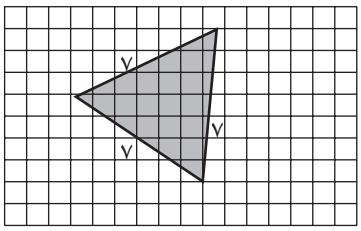
٣



المساحة المقدرة:

المساحة المحسوبة:

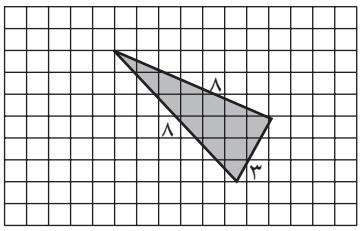
٤



المساحة المقدرة:

المساحة المحسوبة:

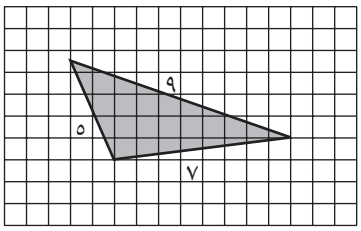
٥



المساحة المقدرة:

المساحة المحسوبة:

٦



المساحة المقدرة:

المساحة المحسوبة:

٧ لماذا يُعدّ من غير المنطقي استعمال صيغة هيرون لإيجاد مساحة مثلث قائم الزاوية؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٣ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجية حل المسألة : استعمال أشكال ڤن

يُساعدك استعمال أشكال ڤن على حل المسائل. ويمكنك استعمال الخطوات الأربع في الحل جنبًا الى جنب مع أشكال ڤن.

افهم • حدّد معطيات المسألة و المطلوب.

خطط • اختر استراتيجية تتضمن تقديرًا ممكنًا.

حل • حلّ المسألة باستعمال خطتك.

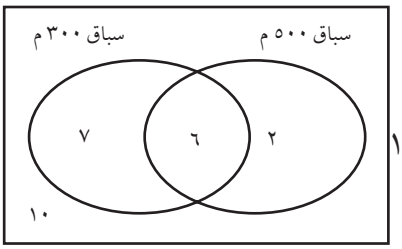
تحقق • تحقّق من معقولية إجابتك.

مثال **تقدم ٢٥ متسابقًا إلى سباق الماراثون، فسجل ١٣ منهم في سباق ٣٠٠ متر، و٨ في سباق ٥٠٠ متر، و٦ في السباقين معًا. فكم متسابقًا لم يسجل في أي من هذه السباقات؟**

افهم تعرف عدد المتسابقين الذين سجلوا في كل سباق، وعدد الذين سجلوا في السباقين معًا. أنت بحاجة إلى تنظيم البيانات.

خطِّط استعمل شكل ڤن لتنظيم البيانات.

حُلَّ ارسم دائرتين متقاطعتين تمثلان السباقين المختلفين، وضع ٦ في الجزء المشترك من الدائرتين، ثم استعمل الطرح لتحدد عدد المتسابقين في الجزأين المتبقيين.



عدد المشتركين في سباق ٣٠٠ متر فقط هو: ١٣ – ٦ = ٧

عدد المشتركين في سباق ٥٠٠ متر فقط هو: ٨ – ٦ = ٢

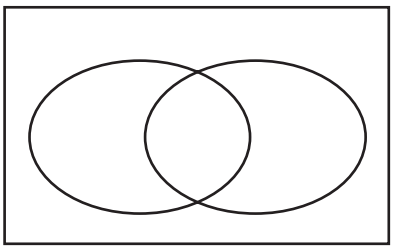
عدد الذين لم يشاركوا في أي من السباقين هو: ٢٥ – ٧ – ٦ – ٢ = ١٠

يوجد ١٠ متسابقين لم يسجلوا في أي من السباقين.

تحقّق تحقق من أن كل دائرة تمثل العدد المناسب من المتسابقين.

تمرين **استعمل شكل ڤن لحل المسألة الآتية:**

رياضة: أجرى معلم دراسة على ٨٠ طالبًا؛ لمعرفة الرياضة المفضلة لدى كلٍّ منهم. فوجد أن ٤٢ طالبًا منهم يفضلون كرة القدم و٣٧ يفضلون كرة اليد، و١٥ يفضلون اللعبتين معًا. فكم طالبًا لايفضل أيًّا من اللعبتين؟



الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٣ تدريبات حل المسألة

استراتيجية حل المسألة : استعمال أشكال ڤن

استعمل أشكال ڤن لحل المسائل الآتية :

استعمل الجدول أدناه الذي يبين عدد الأشخاص الذين زاروا حدائق عامة في إحدى السنوات لحل المسألتين ١ ، ٢:

عدد زوّار جميع الحدائق	عدد زوّار الحديقة س	عدد زوّار الحديقة ص	عدد زوّار الحديقتين س،ص معًا
٤٢٥٠٠٠	١٤٢٠٠٠	٢٥٦٠٠٠	٧٧٠٠٠

١ كم شخصًا زار الحديقة س **فقط**؟

٢ كم شخصًا لم يزر أيًّا من الحديقتين س أو ص؟

٣ **فطائر:** طلب ١٠ طلاب في مخيم كشفي فطائر جبنة، و ١٢ طالبًا فطائر لبنة، و ٧ طلابٍ النوعين معًا، أما باقي الطلاب فطلبوا فطائر لحمة فقط، فإذا كان عدد الطلاب الذين طلبوا الفطائر من الكشافة ٢٠ طالبًا، فكم طالبًا منهم طلب فطائر بالجبنة؟

٤ **رحلات:** ذهب ٢٤ طالبًا في رحلة مدرسية إلى أحد التلال المجاورة، فركب ١٣ منهم الجمال، و١١ حملوا مظلات شمسية، و ٤ ركبوا الجمال وحملوا مظلات شمسية أيضًا. فكم طالبًا لم يركب الجمال ولم يحمل مظلة شمسية؟

٥ **مكتبة عامة:** زار ٤٢٠ شخصًا مكتبة عامة. فاستعار ١٤٠ شخصًا منهم كتبًا غير علمية، و٢٧٠ استعاروا كتبًا علمية و٩٥ استعاروا كتبًا علمية وغير علمية. فكم شخصًا لم يستعر أيّ كتاب؟

٦ **أعلام:** أجرى سعيد دراسة حول ألوان أعلام ٤٨ دولة إفريقية. فوجد أن ٣٣ منها تحوي اللون الأحمر، وَ ٢٠ تحوي اللون الأزرق، وَ ١٣ تحوي اللونين الأحمر والأزرق معًا.
كم علمًا لا يحوي أيًّا من اللونين الأحمر أو الأزرق؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٤ تدريبات إعادة التعليم

الأعداد الحقيقية

تصنّف الأعداد بحسب المجموعات العددية التي تنتمي إليها، وهذه المجموعات هي:

الأعداد الكلية: صفر، ١، ٢، ٣، ٤، ...

الأعداد الصحيحة: ... ، −٢، −١، ٠، ١، ٢، ...

الأعداد النسبية: أعداد يمكن التعبير عنها على الصورة $\frac{أ}{ب}$، حيث أ، ب عددان صحيحان، ب $\neq$ ٠

الأعداد غير النسبية: أعداد لا يمكن التعبير عنها على الصورة $\frac{أ}{ب}$، حيث أ، ب عددان صحيحان، ب $\neq$ ٠

أمثلة **سمّ كل مجموعات الأعداد التي تنتمي إليها الأعداد الحقيقية الآتية:**

١) ٥ — عدد كلي ونسبي وصحيح.

٢) ٠,٦٦٦... — بما أنه كسر عشري دوري فهو عدد نسبي، ويمكن التعبير عنه على صورة الكسر الاعتيادي $\frac{٢}{٣}$.

٣) $-\sqrt{٢٥}$ — بما أن $-\sqrt{٢٥} = -٥$ فهو عدد صحيح وعدد نسبي.

٤) $-\sqrt{١١}$ — $\sqrt{١١} \approx$ ٣,٣١٦٦٢٤٧٩... بما أنه كسر عشري غير منتهٍ أو متكرر، فهو عدد غير نسبي.

للمقارنة بين عددين حقيقيين، اكتب كل عدد منهما على صورة كسر عشري، ثم قارن بين قيم الكسور العشرية لها.

مثال ٥ **ضع إشارة >، < أو = في ● لتصبح الجملة $٢\frac{١}{٤}$ ● $\sqrt{٥}$ صحيحة.**

أولًا: اكتب كل عدد منهما على صورة كسر عشري.

$٢\frac{١}{٤} = ٢,٢٥$

$\sqrt{٥} \approx$ ٢,٢٣٦٠٦٧... بما أن ٢,٢٥ أكبر من ٢,٢٣٦٠٦٧...، فإن $٢\frac{١}{٤} > \sqrt{٥}$.

تمارين

سمّ مجموعات الأعداد كلها التي ينتمي إليها كل عدد حقيقي مما يأتي:

١) ٣٠ ٢) −١١ ٣) $٥\frac{٤}{٧}$ ٤) $\sqrt{٢١}$

٥) صفر ٦) $-\sqrt{٩}$ ٧) $\frac{٦}{٣}$ ٨) $-\sqrt{١٠١}$

ضع إشارة >، <، أو = في ● لتكون العبارة صحيحة في كل مما يلي:

٩) ٢,٧ ● $\sqrt{٧}$ ١٠) $\sqrt{١١}$ ● $٣\frac{١}{٢}$ ١١) $٤\frac{١}{٦}$ ● $\sqrt{١٧}$ ١٢) $٣,\overline{٨}$ ● $\sqrt{١٥}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٤ تدريبات حل المسألة

الأعداد الحقيقية

١ **هندسة:** إذا كانت مساحة مربع ٣٣ سم^{٢}. فقدّر طول ضلعه مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة من السنتمتر.	٢ **حدائق:** لدى هالة حديقة مربعة الشكل في الفناء الخلفي للمنزل مساحتها ٢١٠ م^{٢}. قدّر طول ضلع الحديقة إلى أقرب جزء من عشرة من المتر.
٣ **جبر:** قدّر حل المعادلة أ^{٢} = ٢١ إلى أقرب عُشر.	٤ **جبر:** قدّر حل المعادلة ب^{٢} = ٥ , ٦٧ إلى أقرب عُشر.
٥ **متتابعات:** الوسط الهندسي للعددين الموجبين أ ، ب هو $\sqrt{\text{أب}}$. قدّر الوسط الهندسي للعددين ٤ ، ١١ إلى أقرب عُشر.	٦ **كهرباء:** دائرة كهربائية تحوي مقاومة مقدارها ٢٠ أوم، ويُعبرَّ عن فرق الجهد ف بالفولت بين طرفيها بالصيغة ف = $\sqrt{\text{٢٠ل}}$.حيث	ل	تعبر عن القدرة الكهربائية المستنفذة بالواط. قدّر فرق الجهد بين طرفي المقاومة إذا كانت القدرة المستنفذة فيها ٤ واط إلى أقرب عُشر.
٧ **هندسة:** يرتبط طول الضلع س للمكعب بمساحة سطحه م بالصيغة س = $\sqrt{\frac{\text{م}}{٦}}$. فإذا كانت مساحة السطح ٢٧ سم^{٢}، فما طول ضلع المكعب مقرّبًا إلى أقرب عُشر من السنتمتر.	٨ **حيوانات:** تقارن ليلى ونجوى بين كتلتي قطتيهما. إذ كتلة قطة ليلى ٣$\frac{١}{٥}$ كجم، على حين كتلة قطة نجوى $\sqrt{١٢}$ كجم. فأي القطتين كتلتها أكبر؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٤ التدريبات الإثرائية

خاصية الانغلاق

يتمتع نظام الأعداد الحقيقية بخصائص تساعد على حل المسائل. ومن هذه الخصائص الإبدال والتوزيع والتجميع، ومنها خاصية الانغلاق أيضًا.

خاصية الانغلاق للأعداد الحقيقية

تكون مجموعة أعداد مغلقة تحت عملية ما، إذا كان ناتج إجراء العملية على أي عددين فيها عددًا ينتمي إلى هذه المجموعة.

هل مجموعة الأعداد الكلية مغلقة بالنسبة إلى عملية الجمع؟

نعم، ناتج الجمع لا يمكن أن يحتوي كسورًا عشرية؛ لأن الأعداد الكلية لا تحتوي أجزاءً عشرية، كما أن الناتج لا يمكن أن يكون عددًا سالبًا؛ لأن الأعداد الكلية ليست سالبة، لذا يجب أن يكون ناتج الجمع عددًا كليًّا.

أجب عن الأسئلة الآتية المتعلقة بخاصية الانغلاق على نظام الأعداد الحقيقية، وإذا كانت إجابتك نعم، فبيّن كيف عرفت ذلك، وإلا فأعطِ مثالًا مضادًّا:

١ هل مجموعة الأعداد النسبية مغلقة بالنسبة إلى عملية الضرب؟

٢ هل مجموعة الأعداد الكلية مغلقة بالنسبة إلى عملية الطرح؟

٣ هل مجموعة الأعداد الصحيحه مغلقة بالنسبة إلى عملية القسمة؟

٤ هل مجموعة الأعداد النسبية مغلقة بالنسبة إلى عملية القسمة؟

٥ هل مجموعة الأعداد غير النسبية مغلقة بالنسبة إلى عملية الطرح؟

٦ هل مجموعة الأعداد الصحيحة مغلقة بالنسبة إلى عملية الطرح؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

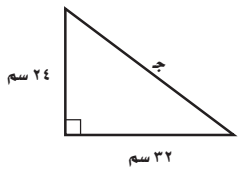
٢ ـ ٥ تدريبات إعادة التعليم

نظرية فيثاغورس

تصف **نظرية فيثاغورس** العلاقة بين طولي الساقين والوتر في أي مثلث قائم الزاوية. حيث يساوي مربع طول الوتر في المثلث القائم الزاوية مجموع مربعي طولي ساقيه. ويمكنك استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول ضلع مثلث قائم الزاوية إذا عُلِمَ طولا الضلعين الآخرين.

مثالان **أوجد طول الضلع المجهول لكل مثلث ممّا يأتي، مقرّبًا إلى أقرب عُشر:**

١



جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}

جـ^{٢} = ٢٤^{٢} + ٣٢^{٢}

جـ^{٢} = ٥٧٦ + ١٠٢٤

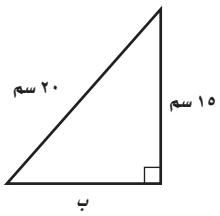
جـ^{٢} = ١٦٠٠

جـ = ± $\sqrt{١٦٠٠}$

جـ = ٤٠ أو −٤٠

وبما أن الطول موجبًا، فإن طول الوتر يساوي ٤٠سم.

٢



جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}

٢٠^{٢} = ١٥^{٢} + ب^{٢}

٤٠٠ = ٢٢٥ + ب^{٢}

٤٠٠ − ٢٢٥ = ٢٢٥ + ب^{٢} − ٢٢٥

١٧٥ = ب^{٢}

$\sqrt{١٧٥}$ = $\sqrt{ب^{٢}}$

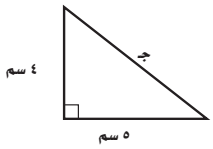
ب ≈ ١٣,٢

إذن طول الضلع الآخر يساوي ١٣,٢ سم .

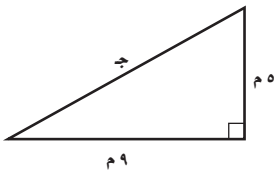
تمارين

اكتب معادلة لإيجاد طول الضلع المجهول في كل مثلث قائم الزاوية ممّا يأتي، ثم أوجده، وقرّب الإجابة إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك:

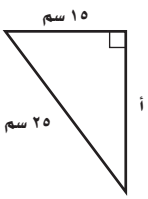
١



٢



٣



٤ أ = ٧كلم، ب = ١٢كلم

٥ أ = ١٠م، جـ = ٢٥م

٦ ب= ١٤سم، جـ= ٢٠سم

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ ـ ٥ تدريبات حل المسألة

نظرية فيثاغورس

١ **لوحة فنية:** ما طول قطر لوحة مستطيلة الشكل بُعداها ١٢٠ سم، ١٧٠ سم، مقرّبًا الناتج إلى أقرب عُشر؟	٢ **حدائق:** يملك أحمد حديقة مستطيلة الشكل. طول أحد ضلعيها ٢٢ م، وطول القطر ٣٣ م. فما طول الضلع الثاني للحديقة، مقرِّبًا الناتج إلى أقرب عُشر؟
٣ **سفر:** قاد عمر سيارته ٨ كلم شرقًا ثم ٥ كلم شمالًا. فكم بُعده عن نقطة البداية، مقرّبًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة؟	٤ **هندسة:** ما محيط مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٥ سم، وطول إحدى ساقيه ٩ سم؟
٥ **فن:** صمّم محمود إطارًا مستطيل الشكل لصورة، فإذا كان بُعدا الإطار ٢٠ سم، ٣٠ سم، فما طول قطره، مقرّبًا الناتج إلى أقرب عُشر سم؟	٦ **بناء:** وضع خالد سُلّمًا طوله ٦ م على حائط ليصل إلى نافذة ترتفع عن الأرض ١ , ٥ م. فما بُعد أسفل السلم عن الحائط، مقرّبًا الناتج إلى أقرب عُشر؟
٧ **تصميم:** باب طوله ٣ أمتار، وعرضه ٢ , ١ متر. فما طول قطره، مقرّبًا الناتج إلى أقرب عُشر؟	٨ **مسافات:** قاس عادل المسافات بين ثلاث مدن ليست على استقامة واحدة على الخريطة. فوجد أن المسافة بينها هي ٧٢ كلم، ٩٠ كلم، ١٥١ كلم. فهل تشكِّل مواقع المدن رؤوس مثلث قائم الزاوية؟

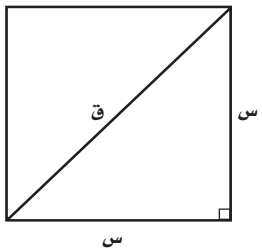
الاسم: ..... التاريخ : .....

التدريبات الإثرائية

٢ ـ ٥ علاقات هندسية

يمكن استعمال نظرية فيثاغورس للتعبير عن العلاقات بين عناصر هندسية.

والمثال المجاور يبين طريقة كتابة صيغة لطول قطر مربع بدلالة طول ضلعه.



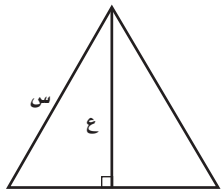
$ق^{٢} = س^{٢} + س^{٢}$

$ق^{٢} = ٢س^{٢}$

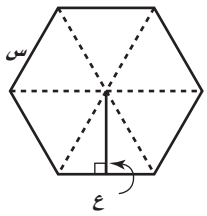
$ق = \sqrt{٢}\ س$

استرشد بالصيغة أعلاه لحل كل من المسائل الآتية. (تضمنت بعض الأشكال خطًّا متقطِّعًا لمساعدتك).

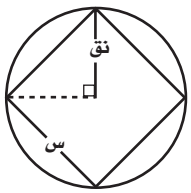
١ الأضلاع الثلاثة في المثلث المتطابق الأضلاع لها الطول نفسه. عبّر عن الارتفاع ع للمثلث المتطابق الأضلاع بدلالة طول ضلعه س.



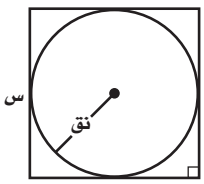
٢ الأضلاع الستة للشكل السداسي المنتظم لها الطول نفسه. عبّر عن الارتفاع ع للسداسي المنتظم بدلالة طول ضلعه س.



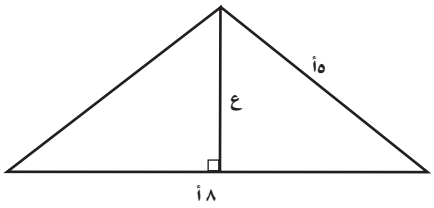
٣ عبّر عن نصف القطر نق للدائرة المرسومة حول المربع بدلالة طول ضلع المربع س.



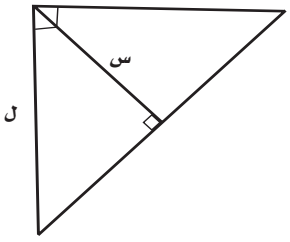
٤ عبّر عن نصف القطر نق للدائرة المرسومة داخل المربع بدلالة طول ضلع المربع س.



٥ استعمل المثلث المتطابق الضلعين لتعبر عن الارتفاع ع بدلالة أ.



٦ استعمل المثلث المتطابق الضلعين القائم الزاوية؛ لتعبر عن س بدلالة ل.



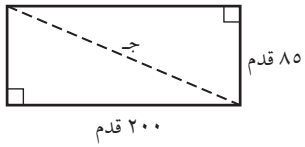
الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٦ تدريبات إعادة التعليم

تطبيقات على نظرية فيثاغورس

يمكنك استعمال نظرية فيثاغورس لحل مسائل مختلفة.

مثال **طول ملعب تزلج مستطيل الشكل ٢٠٠ قدم، وعرضه ٨٥ قدمًا. فما طول قطره؟**



جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} نظرية فيثاغورس

جـ^{٢} = ٢٠٠^{٢} + ٨٥^{٢} عوِّض عن أ بِـ٢٠٠،وعن ب بـ ٨٥

جـ^{٢} = ٤٠٠٠٠ + ٧٢٢٥ احسب ٢٠٠^{٢}، ٨٥^{٢}

جـ^{٢} = ٤٧٢٢٥ بسّط

$\sqrt{\text{جـ}^{٢}}$ = $\sqrt{٤٧٢٢٥}$ تعريف الجذر التربيعي

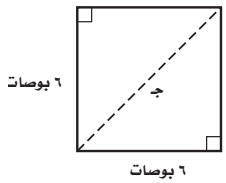
جـ ≈ ٢١٧,٣ بسّط

طول القطر ٢١٧,٣ قدمًا تقريبًا

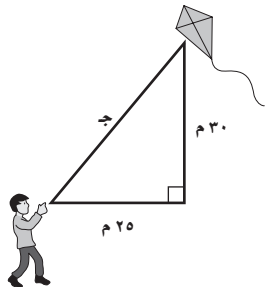
تمارين

اكتب معادلة يمكن استعمالها للإجابة عن كل سؤال مما يأتي، ثم حلّها وقرّب الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:

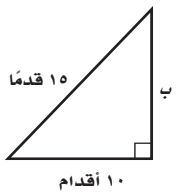
١ ما طول قطر الشكل؟



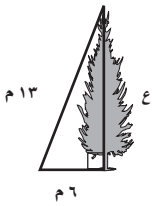
٢ ما طول خيط الطائرة الورقية؟



٣ ما ارتفاع السطح المائل (ب) ؟



٤ ما ارتفاع الشجرة ؟



الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٦

تدريبات حل المسألة

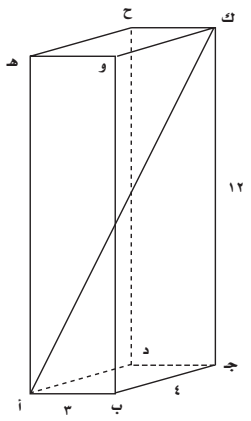
تطبيقات على نظرية فيثاغورس

١ **كرة التنس:** طول طاولة التنس ٢,٧ م، وعرضها ١,٥ م. فما المسافة من أحد أركان الطاولة إلى الركن المقابل له، مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر؟	٢ **سباق:** يتكون سباق مدرسي من ٣ مراحل، بحيث كان مساره على شكل مثلث قائم الزاوية. طولا ساقيه ٨ كلم سباحة، و١٠ كلم جري. أما وتر المثلث القائم الزاوية، فيمثِّل جزء ركوب الدراجات في السباق. فما طول هذا الجزء، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك؟
٣ **سلم:** يستند سلم طوله ٥,١ م على حائط رأسي. فإذا كان أسفل السلم يبعد ٢,٤ م عن قاعدة الحائط. فكم يرتفع أعلى السلم عن الأرض مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك؟	٤ **سفر:** سافر محمد ٣٥ كلم شمالًا ثم ١٨ كلم شرقًا. فكم أصبح بعده عن نقطة البداية، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك؟
٥ **أعلام:** يمتد سلك طوله ٩ م من أعلى قمة سارية العلم إلى الأرض على بعد ٤,٥ م من قاعدة السارية. فما ارتفاع سارية العلم، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر؟	٦ **تلفاز:** يبلغ عرض تلفاز ٢٥ بوصة، وارتفاعه ١٨ بوصة. فما قياس قطر التلفاز، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٦ التدريبات الإثرائية

نظرية فيثاغورس في المستوى الثلاثي الأبعاد



يمثّل الشكل المجاور منشورًا قاعدته مستطيلة، وأبعاده ٣ ، ٤ ، ١٢ وحدة.

استعمل نظرية فيثاغورس لتجد طول القطر أ جـ، ثم أوجد طول القطر أ ك.

$(\text{أ جـ})^{٢} = ٣^{٢} + ٤^{٢}$ $\qquad$ $(\text{أ ك})^{٢} = ٥^{٢} + ١٢^{٢}$

$(\text{أ جـ})^{٢} = ٩ + ١٦$ $\qquad$ $(\text{أ ك})^{٢} = ٢٥ + ١٤٤$

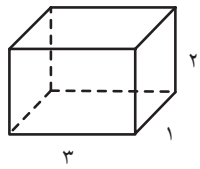
$(\text{أ جـ})^{٢} = ٢٥$ $\qquad$ $(\text{أ ك})^{٢} = ١٦٩$

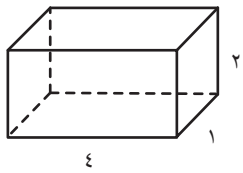
$\text{أ جـ} = \sqrt{٢٥}$ $\qquad$ $\text{أ ك} = \sqrt{١٦٩}$

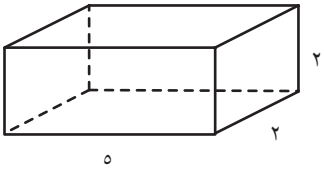
$\text{أ جـ} = ٥$ $\qquad$ $\text{أ ك} = ١٣$

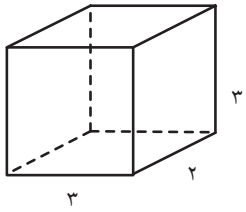
طول قطر المنشور المستطيل (متوازي المستطيلات) هو ١٣ وحدة.

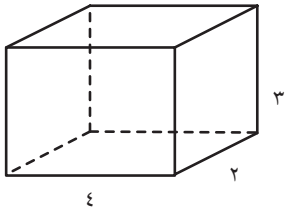
أوجد طول قطر كل منشور مستطيلي فيما يأتي، وقدّر الناتج إلى أقرب جزء من مئة:

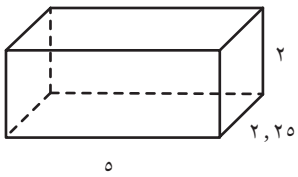
١


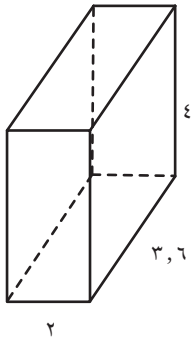
٢


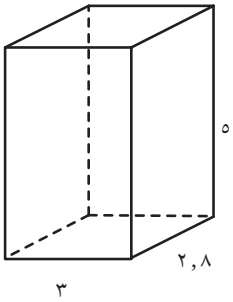
٣


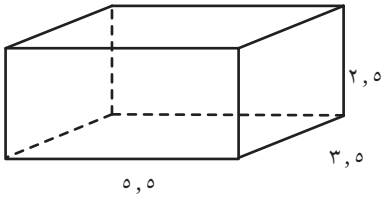
٤


٥


٦


٧


٨


٩


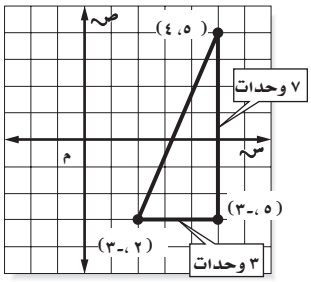
الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٧ تدريبات إعادة التعليم

هندسة : الأبعاد في المستوى الإحداثي

يمكنك استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي.

مثال **أوجد المسافة بين النقطتين (٢، −٣)، (٥، ٤)**



مثِّل النقطتين في المستوى الإحداثي ثم صل بينهما بقطعة مستقيمة، ثمّ ارسم الخط الأفقي المار بالنقطة(٢، −٣) والخط الرأسي المار بالنقطة(٥، ٤). فيتقاطع الخطان عند النقطة(٥، −٣).

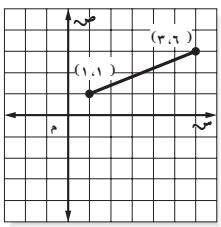
عدّ الوحدات لإيجاد طولي ساقي المثلث. الطولان هما ٣، ٧ وحدات، ثم استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر.

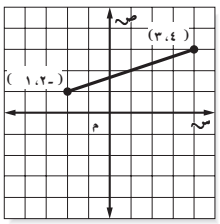
$جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢$	نظرية فيثاغورس
$جـ^٢ = ٣^٢ + ٧^٢$	أ = ٣، ب = ٧
$جـ^٢ = ٩ + ٤٩$	احسب $٣^٢$، $٧^٢$
$جـ^٢ = ٥٨$	بسّط
$\sqrt{جـ^٢} = \sqrt{٥٨}$	تعريف الجذر التربيعي
جـ = ٧,٦	بسّط

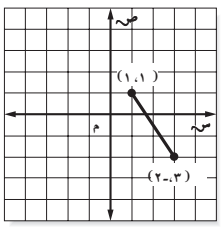
فتكون المسافة بين النقطتين ٧,٦ وحدات تقريبًا.

تمارين

احسب المسافة بين كل زوج من النقاط الآتية إلى أقرب عُشر،إذا لزم ذلك:

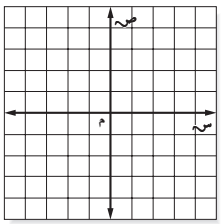
١


٢


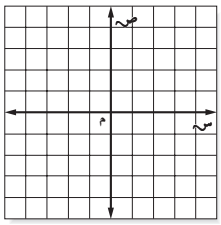
٣


احسب المسافة بين كل زوج من النقاط الآتية إلى أقرب عُشر، إذا لزم ذلك:

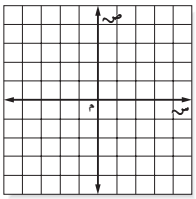
٤ (٤، ٥)، (٠، ٢)



٥ (٠، −٤)، (−٣، ٠)



٦ (−١، ١)، (−٤، ٤)



الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٧ تدريبات حل المسألة

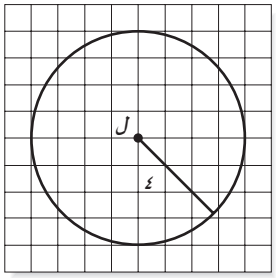
هندسة : الأبعاد في المستوى الإحداثي

١ **آثار:** يستعمل عالم آثار خيطًا لتكوين نظام إحداثيات. وقد وجد حفرتين متشابهتين عند النقطتين (١، ٤)، (٥، ٢). فما المسافة بين الحفرتين، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا تطلّب الأمر ذلك؟	٢ **ألعاب:** يستعمل يحيى نظام إحداثيات باستعمال وحدات القدم لتعيين مواقع نبتات الخضراوات. فكانت نبتة طماطم عند النقطة (١، ٣)، ونبتة فلفل عند النقطة (٥، ٦)، فما المسافة بين النبتتين، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا تطلّب الأمر ذلك؟
٣ **شطرنج:** يلعب محمد وعلي لعبة الشطرنج المكونة من ٨ مربعات× ٨ مربعات، ويستعملان نظام الإحداثيات على لوح اللعبة، ويسجلان مواقع القطع في أثناء اللعب. لاحظ محمد أن قطعته عند النقطة (٤، ٢)، أمّا قطعة علي فكانت عند النقطة (٧، ٨). فما البعد بين القطعتين، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا تطلّب الأمر ذلك؟	٤ **خرائط:** عملت سامية خريطة مفصلة لحديقتها واستعملت نظامًا إحداثيًّا بالأمتار. فكانت شجرة البلوط القديمة عند النقطة (٤، ٨)، أما صخرة الجرانيت، فكانت عند النقطة (– ٣، ٧) . فما البعد بين شجرة البلوط وصخرة الجرانيت، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا تطلّب الأمر ذلك؟
٥ **هندسة:** إذا كانت إحداثيات النقطتين أ ، ب على الترتيب: (– ٧، ٥)، (٤، – ٣)، فما المسافة بين النقطتين، مقرّبًا إلى أقرب عُشر إذا تطّلب الأمر ذلك؟	٦ **هندسة:** إذا كانت إحداثيات النقط أ ، ب ، جـ هي(٥، ٤)، (– ٢، ١)، (٤، – ٤) على الترتيب، فأي النقطتين ب أم جـ أقرب إلى النقطة أ؟
٧ **اكتشاف المعادن:** استعمل أحمد نظامًا إحداثيًّا بالأمتار لتحديد مواقع الأجسام التي يجدها باستعمال جهاز اكتشاف المعادن، وقد حالفه الحظ في أحد الأيام، فوجد خاتمًا في النقطة (٥، ٧) وعملة قديمة في النقطة (١٠، ١٩)، فما البعد بينهما، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا تطلّب الأمر ذلك؟	٨ **مدينة ألعاب:** يستعمل القائمون على مدينة ألعاب نظامًا إحداثيًّا لتحديد المواقع داخلها، إذا كان سعد عند النقطة(٢، ٣)، والأفعوانية عند النقطة(٧، ٨)، ولعبة القوارب عند النقطة (٩، ١)، فأيّ اللعبتين أقرب إلى سعد :الأفعوانية، أم لعبة القوارب؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٧ التدريبات الإثرائية

الدوائر في المستوى الإحداثي



تُعرّف الدائرة على أنها مجموعة كل نقاط المستوى، التي تقع على مسافة محددة من نقطة ثابتة. ويمثّل الشكل الآتي مجموعة جميع النقاط التي تقع على بعد ٤ وحدات من النقطة ل.

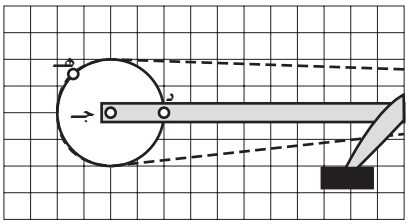
قانون المسافة بين نقطتين: إذا كانت أ(س$_{١}$ ، ص$_{١}$)، ب(س$_{٢}$ ، ص$_{٢}$)، فإن المسافة بين النقطتين أ، ب يمكن إيجادها بالقانون $\sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

استعمل قانون المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي في الإجابة عن الأسئلة الآتية:

١ تُسمّى المسافة من مركز الدائرة إلى أي نقطة عليها بِـ _____ .

٢ إذا كانت إحداثيات نقطتي نهاية طرفي قطر دائرة هما: (– ١ ، ٢)، (٩ ، – ٤)، فما إحداثيات مركز الدائرة؟

٣ إذا كانت إحداثيات نقطتي طرفي قطر دائرة هما: (٢ ، ٣) ، (١٠ ، ٦)، فما طول نصف قطر الدائرة؟



٤ يمثّل الشكل المجاور مخطط جهاز ناقل الحركة الدائري في المستوى الإحداثي، حيث النقطة جـ (٥ ، ٤) هي مركز جهاز ناقل الحركة. والنقطة د (٧ ، ٤) هي على محور الدواسة. ويصبح محور الدواسة عند النقطة هـ بعد أن يتم $\frac{٣}{٨}$ دورة. أوجد المسافة بين النقطتين د ، هـ .

٥ إحداثيات مركز دائرة هي (١ ، ٣). والنقطتان أ ، ب تقعان على الدائرة. حيث أ (٥ ، ٠) ، ب (٤ ، ص). اذكر إحداثيات جميع المواقع الممكنة للنقطة ب.

ملحق الإجابات

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ١ تدريبات إعادة التعليم
الجذور التربيعية

الجذر التربيعي لعدد هو أحد عامليه المتساويين. ويطلق على الرمز $\sqrt{\ }$ إشارة الجذر، ويستعمل للدلالة على الجذر التربيعي الموجب، وكل عدد موجب له جذران تربيعيان سالب، وموجب.

أمثلة **أوجد الجذور التربيعية الآتية:**

١ $\sqrt{١}$ — بما أن ١×١ = ١، فإن $\sqrt{١} = ١$

٢ $-\sqrt{١٦}$ — بما أن ٤×٤=١٦، فإن $-\sqrt{١٦} = -٤$

٣ $\sqrt{٠,٢٥}$ — بما أن ٠,٥ × ٠,٥ = ٠,٢٥، فإن $\sqrt{٠,٢٥} = ٠,٥$

٤ $\sqrt{\frac{٢٥}{٣٦}}$ — بما أن $\frac{٥}{٦} \times \frac{٥}{٦} = \frac{٢٥}{٣٦}$، فإن $\sqrt{\frac{٢٥}{٣٦}} = \frac{٥}{٦}$

مثال ٥ **حُلَّ المعادلة $أ^٢ = \frac{٤}{٩}$**

$أ^٢ = \frac{٤}{٩}$ — اكتب المعادلة

$\sqrt{أ^٢} = \sqrt{\frac{٤}{٩}}$ — خذ الجذر التربيعي لكل طرف

$أ = \frac{٢}{٣}$ أو $\frac{-٢}{٣}$ — لاحظ أن $\frac{٢}{٣} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٩}$، $\left(\frac{-٢}{٣}\right)\left(\frac{-٢}{٣}\right) = \frac{٤}{٩}$

للمعادلة حلان هما: $\frac{٢}{٣}$، $\frac{-٢}{٣}$

تمارين

أوجد الجذور التربيعية الآتية:

١ $\sqrt{٤}$ ٢ — ٢ $\sqrt{٩}$ ٣ — ٣ $-\sqrt{٤٩}$ -٧ — ٤ $-\sqrt{٢٥}$ -٥

٥ $\sqrt{٠,٠١}$ ٠,١ — ٦ $-\sqrt{٠,٦٤}$ -٠,٨ — ٧ $\sqrt{\frac{٩}{١٦}}$ $\frac{٣}{٤}$ — ٨ $-\sqrt{\frac{١}{٢٥}}$ $\frac{-١}{٥}$

جبر: حلّ كل معادلة مما يأتي:

٩ $س^٢ = ١٢١$ — **١١ أو -١١**

١٠ $أ^٢ = ٣٦٠٠$ — **٦٠ أو -٦٠**

١١ $ف^٢ = \frac{٨١}{١٠٠}$ — **$\frac{٩}{١٠}$ أو $\frac{-٩}{١٠}$**

١٢ $ت^٢ = \frac{١٢١}{١٩٦}$ — **$\frac{١١}{١٤}$ أو $\frac{-١١}{١٤}$**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ١ تدريبات حل المسألة
الجذور التربيعية

١ **لوحة:** تريد نوف وضع لوحة حائط في غرفة المعيشة. فإذا كانت اللوحة مربعة الشكل، ومساحتها ٤,٤١ م^٢، فكم طول ضلعها؟ **٢,١م**	٢ **هندسة:** إذا كانت مساحة مربع ١ م^٢، فكم سنتمترًا طول كلّ ضلع؟ **١٠٠سم**
٣ **صور:** إذا كانت مساحة صورة مربعة الشكل للحرم النبوي الشريف ١٦٩ سم^٢، فكم طول ضلعها؟ **١٣سم**	٤ **كعك:** أعدت لينا كعكة مربعة الشكل. وقسّمتها إلى ١٢١ قطعةً مربعةً طول كل ضلع منها بوصة واحدة؛ لتقديمها في حفل خيري. فما طول كل ضلع من الكعكة؟ **١١بوصةً**
٥ **فن:** يريد عبد الله تشكيل مربع بـ١٩٦ كرة بلورية. فكم كرة سيضع في كل صف؟ **١٤ كرةً**	٦ **حدائق:** يخطط عمر لعمل حديقة مربعة الشكل مساحتها ٢٨٩ م^٢. فما طول ضلع الحديقة؟ **١٧م**
٧ **تبليط:** لدى علي ٣٢٤ بلاطةً مربعة الشكل. يريد استعمالها لتبليط منطقة مربعة من فناء منزله. فكم بلاطة طول ضلع هذه المنطقة؟ **١٨ بلاطةً**	٨ **هندسة:** إذا كانت مساحة قطعة أرض مربعة الشكل ٥٢٩ م^٢، فما طول ضلع قطعة الأرض هذه؟ **٢٣م**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ١ التدريبات الإثرائية
الجذور التكعيبية

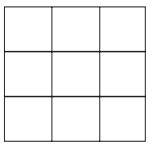
الجذر التربيعي هو أحد أنواع الجذور، أما الجذر التكعيبي فهو نوع آخر منها.

تذكّر بأن العدد ٩ مربع كامل؛ لأنه مربع عدد كلي، والعدد ٢٧ مكعب كامل؛ لأنه مكعب عدد كلي.

الجذر التربيعي

الجذر التربيعي للعدد ٩ هو ٣؛ لأن ٣ × ٣ = ٩.

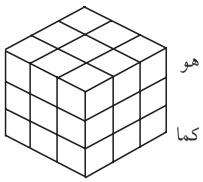
ويمكن كتابة ذلك بالرموز كما يأتي: $\sqrt{٩} = ٣$



الجذر التكعيبي

الجذر التكعيبي للعدد ٢٧ هو ٣؛ لأن ٣ × ٣ × ٣ = ٢٧

ويمكن كتابة ذلك بالرموز كما يأتي: $\sqrt[٣]{٢٧} = ٣$



ناقش التمرينين ١، ٢ مع زميلك قبل الإجابة عنهما.

١ ماذا يعني $\sqrt{-٩}$ ؟ وهل لذلك معنى؟ فسّر إجابتك.

يعني الجذر التربيعي لـ -٩ أن حاصل ضرب عدد ما في نفسه يساوي -٩، وهذا ليس له معنى؛ لأن ناتج ضرب أي عدد حقيقي غير الصفر في نفسه يعطي عددًا موجبًا.

٢ ماذا يعني $\sqrt[٣]{-٢٧}$ ؟ وهل لذلك معنى؟ فسّر إجابتك.

الجذر التكعيبي لـ -٢٧، يعني أن حاصل ضرب عدد ما في نفسه ثلاث مرات يعطي -٢٧. وهذا له معنى لأن ناتج ضرب عدد سالب في نفسه عددًا فرديًا من المرات يعطي عددًا سالبًا. لذا فإن $\sqrt[٣]{-٢٧}$ = -٣؛ لأن -٣ × -٣ × -٣ = -٢٧.

٣ أكمل الجدول الآتي بذكر بعض المكعبات الكاملة وجذورها التكعيبية:

المكعب الكامل	-٨	-١	١	٨	٦٤	١٢٥	٢١٦	٣٤٣	٥١٢	١٠٠٠
الجذر التكعيبي	-٢	-١	١	٢	٤	٥	٦	٧	٨	١٠

أوجد قيم الجذور التكعيبية الآتية:

٤ $\sqrt[٣]{٣٤٣}$ **٧**

٥ $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٦٤}}$ **$\frac{٣}{٤}$**

٦ $\sqrt[٣]{٠,٠٠٠٠٠٠٨}$ **٠,٠٢**

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من حلك:

٧ $\sqrt[٣]{س} = -٥$ **س = -١٢٥**

٨ $ص^٣ = ٢١٦$ **ص = ٦**

٩ $ع^٣ = -٠,٥١٢$ **ع = -٠,٨**

١٠ ينتج أحد المصانع قطعًا خشبية مكعبة الشكل مرقّمة، طول ضلع القطعة الواحدة منها بوصة واحدة. يُراد وضعها مغلّفة في حاويات لتشكّل مكعبات كاملة على أن يحتوي المغلف الواحد ثلاث مجموعات في كلٍّ منها ٣٦ مكعبًا. فما أصغر صندوق مكعب الشكل يناسب المكعبات كلها؟

صندوق: ٦ بوصات × ٦ بوصات × ٦ بوصات

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٢ تدريبات إعادة التعليم
تقدير الجذور التربيعية

معظم الأعداد ليست مربعات كاملة، ولا يمكن إيجاد جذورها التربيعية الدقيقة إلا أنه يمكنك تقدير الجذور التربيعية لها.

مثال ١ **قدّر $\sqrt{٢٠٤}$ إلى أقرب عدد كلي.**

- **أكبر مربع كامل أقل من ٢٠٤ هو ١٩٦، $\sqrt{١٩٦} = ١٤$**
- **أصغر مربع كامل أكبر من ٢٠٤ هو ٢٢٥، $\sqrt{٢٢٥} = ١٥$**

١٩٦ < ٢٠٤ < ٢٢٥ اكتب المتباينة

$١٤^٢ < ٢٠٤ < ١٥^٢$ $١٩٦ = ١٤^٢$، $٢٢٥ = ١٥^٢$

١٤ < $\sqrt{٢٠٤}$ < ١٥ أوجد الجذر التربيعي لكل عدد

لذا فإن $\sqrt{٢٠٤}$ يقع بين ١٤، ١٥. وبما أن ٢٠٤ أقرب إلى ١٩٦ منه إلى ٢٢٥. فإن أفضل تقدير لـ $\sqrt{٢٠٤}$ بعدد كلي هو ١٤.

مثال ٢ **قدّر $\sqrt{٧٩,٣}$ إلى أقرب عدد كلي.**

- أكبر مربع كامل أقل من ٧٩,٣ هو ٦٤، $\sqrt{٦٤} = ٨$
- أصغر مربع كامل أكبر من ٧٩,٣ هو ٨١، $\sqrt{٨١} = ٩$

٦٤ < ٧٩,٣ < ٨١ اكتب المتباينة

$٨^٢ < ٧٩,٣ < ٩^٢$ $٦٤ = ٨^٢$، $٨١ = ٩^٢$

٨ < $\sqrt{٧٩,٣}$ < ٩ جد الجذر التربيعي لكل عدد

لذا فإن $\sqrt{٧٩,٣}$ يقع بين ٨، ٩. وبما أن ٧٩,٣ أقرب إلى ٨١ منه إلى ٦٤، فإن أفضل تقدير لـ $\sqrt{٧٩,٣}$ بعدد كلي هو ٩.

تمارين

قدّر ما يأتي إلى أقرب عدد كلي:

١ $\sqrt{٨}$ **٣**

٢ $\sqrt{٣٧}$ **٦**

٣ $\sqrt{١٤}$ **٤**

٤ $\sqrt{٢٦}$ **٥**

٥ $\sqrt{٦٢}$ **٨**

٦ $\sqrt{٤٨}$ **٧**

٧ $\sqrt{١٠٣}$ **١٠**

٨ $\sqrt{١٤١}$ **١٢**

٩ $\sqrt{١٤,٣}$ **٤**

١٠ $\sqrt{٥١,٢}$ **٧**

١١ $\sqrt{٨٢,٧}$ **٩**

١٢ $\sqrt{١٧٥,٢}$ **١٣**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ ـ ٢ تدريبات حل المسألة
تقدير الجذور التربيعية

١ **هندسة:** قدّر طول ضلع مربع مساحته ٢٩ سم^{٢} إلى أقرب عدد كلي. **٥ سم**	٢ **بُسط:** لدى مريم بساط مربع الشكل في غرفة المعيشة، مساحته ١٩ ياردة مربعة. قدّر طول ضلعه إلى أقرب عدد كلي. **٤ ياردة**
٣ **حدائق:** خطّطت ربى لعمل حديقة مربعة مساحتها ٢٠٠ م^{٢}. قدّر طول ضلعها إلى أقرب عدد كلي. **١٤م**	٤ **جبر:** قدّر حل المعادلة جـ^{٢} = ٤٠ إلى أقرب عدد صحيح. **٦ أو -٦**
٥ **جبر:** قدّر حل المعادلة س^{٢} = ١٣٨,٢ إلى أقرب عدد صحيح. **١٢ أو -١٢**	٦ **متتابعات:** إذا كان **الوسط الهندسي** للعددين الموجبين أ ، ب هو $\sqrt{أب}$ فقدّر الوسط الهندسي للعددين ٥ ، ١٠ إلى أقرب عدد كلي. **٧**
٧ **هندسة:** إذا كان نصف قطر دائرة معينة نق يُعطى بالصيغة نق = $\sqrt{٧١}$. فقدّر نصف قطر هذه الدائرة إلى أقرب عدد كلي. **٨**	٨ **هندسة:** يعبّر عن القاعدة ق لمثلث قاعدته وارتفاعه متساويان، بالعلاقة ق = $\sqrt{٢م}$ ، حيث م مساحة المثلث. قدّر طول قاعدة مثلث من هذا النوع مساحته ١٧ م^{٢} إلى أقرب عدد كلي. **٦م**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ ـ ٢ التدريبات الإثرائية
صيغة هيرون

تستعمل الصيغة التي تحمل اسم هيرون الإسكندراني؛ لإيجاد مساحة مثلث عُلمت أطوال أضلاعه.

الخطوة ١

أوجد نصف محيط المثلث ح الذي أطوال أضلاعه أ ، ب ، جـ.

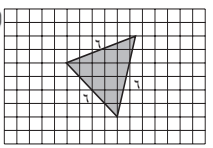
$$ح = \frac{أ + ب + جـ}{٢}$$

الخطوة ٢

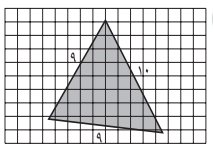
عوّض قيم ، أ ، ب، جـ في صيغة هيرون؛ لإيجاد المساحة.

$$م = \sqrt{ح(ح-أ)(ح-ب)(ح-جـ)}$$

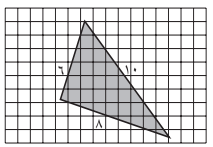
قدّر مساحة كل مثلث بعدِّ المربعات ثم استعمل صيغة هيرون؛ لحساب المساحة بدقة أكثر. أعطِ الجواب مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة. التقديرات ستكون مختلفة. أعطيت إجابات ممكنة.

١


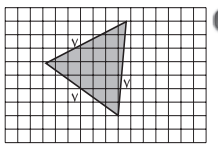
المساحة المقدرة: **١٦**
المساحة المحسوبة: **١٥,٦**

٢


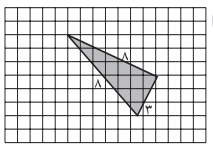
المساحة المقدرة: **٣٦**
المساحة المحسوبة: **٣٧,٤**

٣


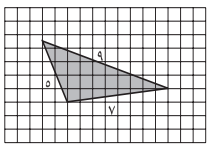
المساحة المقدرة: **٢٨**
المساحة المحسوبة: **٢٤**

٤


المساحة المقدرة: **٢٢**
المساحة المحسوبة: **٢١,٢**

٥


المساحة المقدرة: **١٣**
المساحة المحسوبة: **١١,٨**

٦


المساحة المقدرة: **١٩**
المساحة المحسوبة: **١٧,٤**

٧ لماذا يُعدّ من غير المنطقي استعمال صيغة هيرون لإيجاد مساحة مثلث قائم الزاوية؟
لأن مساحة المثلث القائم الزاوية تساوي $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب ساقيه.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٣ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجية حل المسألة : استعمال أشكال ڤن

يُساعدك استعمال أشكال ڤن على حل المسائل. ويمكنك استعمال الخطوات الأربع في الحل جنبًا الى جنب مع أشكال ڤن.

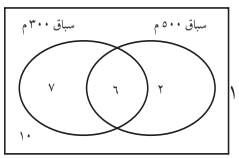
افهم • حدّد معطيات المسألة و المطلوب.
خطط • اختر استراتيجية تتضمن تقديرًا ممكنًا.
حل • حلّ المسألة باستعمال خطتك.
تحقق • تحقّق من معقولية إجابتك.

مثال **تقدم ٢٥ متسابقًا إلى سباق الماراثون، فسجل ١٣ منهم في سباق ٣٠٠ متر، و٨ في سباق ٥٠٠ متر، و٦ في السباقين معًا. فكم متسابقًا لم يسجل في أي من هذه السباقات؟**

افهم تعرف عدد المتسابقين الذين سجلوا في كل سباق، وعدد الذين سجلوا في السباقين معًا. أنت بحاجة إلى تنظيم البيانات.

خطّط استعمل شكل ڤن لتنظيم البيانات.

حُلَّ ارسم دائرتين متقاطعتين تمثلان السباقين المختلفين، وضع ٦ في الجزء المشترك من الدائرتين، ثم استعمل الطرح لتحدد عدد المتسابقين في الجزأين المتبقيين.

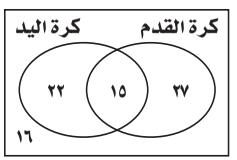


عدد المشتركين في سباق ٣٠٠ متر فقط هو: ١٣ − ٦ = ٧
عدد المشتركين في سباق ٥٠٠ متر فقط هو: ٨ − ٦ = ٢
عدد الذين لم يشاركوا في أي من السباقين هو: ٢٥ − ٧ − ٦ − ٢ = ١٠
يوجد ١٠ متسابقين لم يسجلوا في أي من السباقين.

تحقّق تحقق من أن كل دائرة تمثل العدد المناسب من المتسابقين.

تمرين **استعمل شكل ڤن لحل المسألة الآتية:**

رياضة: أجرى معلم دراسة على ٨٠ طالبًا؛ لمعرفة الرياضة المفضلة لدى كلٍّ منهم. فوجد أن ٤٢ طالبًا منهم يفضلون كرة القدم و٣٧ يفضلون كرة اليد، و١٥ يفضلون اللعبتين معًا. فكم طالبًا لايفضل أيًّا من اللعبتين؟



١٦ طالبًا

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٣ تدريبات حل المسألة

استراتيجية حل المسألة : استعمال أشكال ڤن

استعمل أشكال ڤن لحل المسائل الآتية:

استعمل الجدول أدناه الذي يبين عدد الأشخاص الذين زاروا حدائق عامة في إحدى السنوات لحل المسألتين ١ ، ٢:

عدد زوّار جميع الحدائق	عدد زوّار الحديقة س	عدد زوّار الحديقة ص	عدد زوّار الحديقتين س،ص معًا
٤٢٥٠٠٠	١٤٢٠٠٠	٢٥٦٠٠٠	٧٧٠٠٠

١ كم شخصًا زار الحديقة س **فقط؟** **٦٥٠٠٠ زائر**	٢ كم شخصًا لم يزر أيًّا من الحديقتين س أو ص؟ **١٠٤٠٠٠ زائر**
٣ **فطائر:** طلب ١٠ طلاب في مخيم كشفي فطائر جبنة، و ١٢ طالبًا فطائر لبنة، و ٧ طلابٍ النوعين معًا، أما باقي الطلاب فطلبوا فطائر لحمة فقط، فإذا كان عدد الطلاب الذين طلبوا الفطائر من الكشافة ٢٠ طالبًا، فكم طالبًا منهم طلب فطائر بالجبنة؟ **٥ طلاب**	٤ **رحلات:** ذهب ٢٤ طالبًا في رحلة مدرسية إلى أحد التلال المجاورة، فركب ١٣ منهم الجمال، و١١ حملوا مظلات شمسية، و ٤ ركبوا الجمال وحملوا مظلات شمسية أيضًا. فكم طالبًا لم يركب الجمال ولم يحمل مظلة شمسية؟ **٤ طلاب**
٥ **مكتبة عامة:** زار ٤٢٠ شخصًا مكتبة عامة. فاستعار ١٤٠ شخصًا منهم كتبًا غير علمية، و٢٧٠ استعاروا كتبًا علمية و٩٥ استعاروا كتبًا علمية وغير علمية. فكم شخصًا لم يستعر أيّ كتاب؟ **١٠٥ أشخاص**	٦ **أعلام:** أجرى سعيد دراسة حول ألوان أعلام ٤٨ دولة إفريقية. فوجد أن ٣٣ منها تحوي اللون الأحمر، وَ ٢٠ تحوي اللون الأزرق، وَ ١٣ تحوي اللونين الأحمر والأزرق معًا. كم علمًا لا يحوي أيًّا من اللونين الأحمر أو الأزرق؟ **٨ أعلام**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٤ تدريبات إعادة التعليم
الأعداد الحقيقية

تصنّف الأعداد بحسب المجموعات العددية التي تنتمي إليها، وهذه المجموعات هي:

الأعداد الكلية: صفر، ١، ٢، ٣، ٤، ...

الأعداد الصحيحة: ... ، -٢، -١، ٠، ١، ٢، ...

الأعداد النسبية: أعداد يمكن التعبير عنها على الصورة $\frac{أ}{ب}$، حيث أ، ب عددان صحيحان، ب $\neq$ ٠

الأعداد غير النسبية: أعداد لا يمكن التعبير عنها على الصورة $\frac{أ}{ب}$، حيث أ، ب عددان صحيحان، ب $\neq$ ٠

أمثلة **سمّ كل مجموعات الأعداد التي تنتمي إليها الأعداد الحقيقية الآتية:**

١) ٥ — عدد كلي ونسبي وصحيح.

٢) ٠,٦٦٦... — بما أنه كسر عشري دوري فهو عدد نسبي، ويمكن التعبير عنه على صورة الكسر الاعتيادي $\frac{٢}{٣}$.

٣) $-\sqrt{٢٥}$ — بما أن $-\sqrt{٢٥} = -٥$ فهو عدد صحيح وعدد نسبي.

٤) $-\sqrt{١١}$ — $\sqrt{١١} \approx$ ٣,٣١٦٦٢٤٧٩... بما أنه كسر عشري غير منتهٍ أو متكرر، فهو عدد غير نسبي.

للمقارنة بين عددين حقيقيين، اكتب كل عدد منهما على صورة كسر عشري، ثم قارن بين قيم الكسور العشرية لها.

مثال ٥ **ضع إشارة >، < أو = في ● لتصبح الجملة $٢\frac{١}{٤}$ ● $\sqrt{٥}$ صحيحة.**

أولًا: اكتب كل عدد منهما على صورة كسر عشري.

$٢\frac{١}{٤} = ٢,٢٥$

$\sqrt{٥} \approx$ ٢,٢٣٦٠٦٧... بما أن ٢,٢٥ أكبر من ٢,٢٣٦٠٦٧...، فإن $٢\frac{١}{٤} > \sqrt{٥}$.

تمارين

سمّ مجموعات الأعداد كلها التي ينتمي إليها كل عدد حقيقي مما يأتي:

١) ٣٠ **كلي، صحيح، نسبي** ٢) -١١ **صحيح، نسبي** ٣) $٥\frac{٤}{٧}$ **نسبي** ٤) $\sqrt{٢١}$ **غير نسبي**

٥) صفر **كلي، صحيح، نسبي** ٦) $-\sqrt{٩}$ **صحيح، نسبي** ٧) $\frac{٦}{٣}$ **كلي، صحيح، نسبي** ٨) $-\sqrt{١٠١}$ **غير نسبي**

ضع إشارة >، <، أو = في ● لتكون العبارة صحيحة في كل مما يلي:

٩) ٢,٧ ● $\sqrt{٧}$ **<** ١٠) $\sqrt{١١}$ ● $٣\frac{١}{٢}$ **>** ١١) $٤\frac{١}{٦}$ ● $\sqrt{١٧}$ **<** ١٢) $٣,\overline{٨}$ ● $\sqrt{١٥}$ **<**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٤ تدريبات حل المسألة
الأعداد الحقيقية

١) **هندسة:** إذا كانت مساحة مربع ٣٣ سم^٢. فقدّر طول ضلعه مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة من السنتمتر.
٥,٧ سم

٢) **حدائق:** لدى هالة حديقة مربعة الشكل في الفناء الخلفي للمنزل مساحتها ٢١٠ م^٢. قدّر طول ضلع الحديقة إلى أقرب جزء من عشرة من المتر.
١٤,٥ م

٣) **جبر:** قدّر حل المعادلة أ^٢ = ٢١ إلى أقرب عُشر.
٤,٦ أو -٤,٦

٤) **جبر:** قدّر حل المعادلة ب^٢ = ٦٧,٥ إلى أقرب عُشر. **٨,٢ أو -٨,٢**

٥) **متتابعات:** الوسط الهندسي للعددين الموجبين أ، ب هو $\sqrt{أب}$. قدّر الوسط الهندسي للعددين ٤، ١١ إلى أقرب عُشر.
٦,٦

٦) **كهرباء:** دائرة كهربائية تحوي مقاومة مقدارها ٢٠ أوم، ويُعبَّر عن فرق الجهد ف بالفولت بين طرفيها بالصيغة ف = $\sqrt{٢٠ل}$. حيث |ل| تعبر عن القدرة الكهربائية المستنفذة بالواط. قدّر فرق الجهد بين طرفي المقاومة إذا كانت القدرة المستنفذة فيها ٤ واط إلى أقرب عُشر.
٨,٩ فولت

٧) **هندسة:** يرتبط طول الضلع س للمكعب بمساحة سطحه م بالصيغة س = $\sqrt{\frac{م}{٦}}$. فإذا كانت مساحة السطح ٢٧ سم^٢، فما طول ضلع المكعب مقرّبًا إلى أقرب عُشر من السنتمتر.
٢,١ سم

٨) **حيوانات:** تقارن ليلى ونجوى بين كتلتي قطتيهما. إذ كتلة قطة ليلى $٣\frac{١}{٥}$ كجم، على حين كتلة قطة نجوى $\sqrt{١٢}$ كجم. فأي القطتين كتلتها أكبر؟
قطة نجوى

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٤ التدريبات الإثرائية
خاصية الانغلاق

يتمتع نظام الأعداد الحقيقية بخصائص تساعد على حل المسائل. ومن هذه الخصائص الإبدال والتوزيع والتجميع، ومنها خاصية الانغلاق أيضًا.

خاصية الانغلاق للأعداد الحقيقية

تكون مجموعة أعداد مغلقة تحت عملية ما، إذا كان ناتج إجراء العملية على أي عددين فيها عددًا ينتمي إلى هذه المجموعة.

هل مجموعة الأعداد الكلية مغلقة بالنسبة إلى عملية الجمع؟

نعم، ناتج الجمع لا يمكن أن يحتوي كسورًا عشرية؛ لأن الأعداد الكلية لا تحتوي أجزاءً عشرية، كما أن الناتج لا يمكن أن يكون عددًا سالبًا؛ لأن الأعداد الكلية ليست سالبة، لذا يجب أن يكون ناتج الجمع عددًا كليًّا.

أجب عن الأسئلة الآتية المتعلقة بخاصية الانغلاق على نظام الأعداد الحقيقية، وإذا كانت إجابتك نعم، فبيّن كيف عرفت ذلك، وإلا فأعطِ مثالًا مضادًّا:

١ هل مجموعة الأعداد النسبية مغلقة بالنسبة إلى عملية الضرب؟

نعم،فناتج ضرب العددين النسبيين $\frac{أ}{ب}$، $\frac{جـ}{د}$ هو $\frac{أ \times جـ}{ب \times د}$ وناتج الضرب هذا هو نسبة؛ لذا فهو عدد نسبي.

٢ هل مجموعة الأعداد الكلية مغلقة بالنسبة إلى عملية الطرح؟

لا، ومثال ذلك: ٣ − ١٠ = -٧، -٧ ليس عددًا كليًّا، لذا فالمجموعة غير مغلقة بالنسبة إلى عملية الطرح.

٣ هل مجموعة الأعداد الصحيحه مغلقة بالنسبة إلى عملية القسمة؟

لا؛ ومثال ذلك: ١٠ ÷ ٤ = ٢,٥

٤ هل مجموعة الأعداد النسبية مغلقة بالنسبة إلى عملية القسمة؟

نعم، فناتج $\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د}$ هو $\frac{أ \times د}{ب \times جـ}$ وناتج الضرب هذا نسبة، لذا فالعدد نسبي .

٥ هل مجموعة الأعداد غير النسبية مغلقة بالنسبة إلى عملية الطرح؟

لا، ومثال ذلك: $\sqrt{٢} - \sqrt{٢}$ = صفر

٦ هل مجموعة الأعداد الصحيحة مغلقة بالنسبة إلى عملية الطرح؟

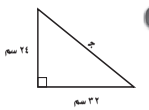
نعم، فالفرق بين أي عددين صحيحين هو عدد صحيح .

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٥ تدريبات إعادة التعليم
نظرية فيثاغورس

تصف **نظرية فيثاغورس** العلاقة بين طولي الساقين والوتر في أي مثلث قائم الزاوية. حيث يساوي مربع طول الوتر في المثلث القائم الزاوية مجموع مربعي طولي ساقيه. ويمكنك استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول ضلع مثلث قائم الزاوية إذا عُلِمَ طولا الضلعين الآخرين.

مثالان **أوجد طول الضلع المجهول لكل مثلث ممّا يأتي، مقرّبًا إلى أقرب عُشر:**

١


$جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢$

$جـ^٢ = ٢٤^٢ + ٣٢^٢$

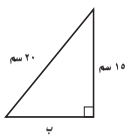
$جـ^٢ = ٥٧٦ + ١٠٢٤$

$جـ^٢ = ١٦٠٠$

$جـ = \pm\sqrt{١٦٠٠}$

جـ = ٤٠ أو −٤٠

وبما أن الطول موجبًا، فإن طول الوتر يساوي ٤٠سم.

٢


$جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢$

$٢٠^٢ = ١٥^٢ + ب^٢$

$٤٠٠ = ٢٢٥ + ب^٢$

$٤٠٠ - ٢٢٥ = ٢٢٥ + ب^٢ - ٢٢٥$

$١٧٥ = ب^٢$

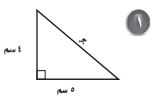
$\sqrt{١٧٥} = \sqrt{ب^٢}$

ب ≈ ١٣,٢

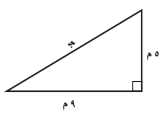
إذن طول الضلع الآخر يساوي ١٣,٢ سم .

تمارين

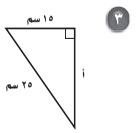
اكتب معادلة لإيجاد طول الضلع المجهول في كل مثلث قائم الزاوية ممّا يأتي، ثم أوجده، وقرّب الإجابة إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك:

١


$جـ^٢ = ٤^٢ + ٥^٢$ ؛ ٦,٤ سم

٢


$جـ^٢ = ٥^٢ + ٩^٢$ ؛ ١٠,٣ م

٣


$٢٥^٢ = ١٥^٢ + أ^٢$ ؛ ٢٠سم

٤ أ = ٧كلم، ب = ١٢ كلم

$جـ^٢ = ٧^٢ + ١٢^٢$ ؛ ١٣,٩كلم

٥ أ = ١٠م، جـ = ٢٥م

$٢٥^٢ = ١٠^٢ + ب^٢$ ؛ ٢٢,٩م

٦ ب= ١٤سم، جـ= ٢٠سم

$٢٠^٢ = ١٤^٢ + أ^٢$ ؛ ١٤,٣سم

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ ـ ٥ تدريبات حل المسألة
نظرية فيثاغورس

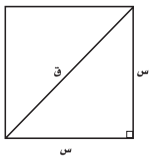
١ **لوحة فنية:** ما طول قطر لوحة مستطيلة الشكل بُعداها ١٢٠ سم، ١٧٠ سم، مقرّبًا الناتج إلى أقرب عُشر؟ **٢٠٨,١سم**	٢ **حدائق:** يملك أحمد حديقة مستطيلة الشكل. طول أحد ضلعيها ٢٢ م، وطول القطر ٣٣ م. فما طول الضلع الثاني للحديقة، مقرّبًا الناتج إلى أقرب عُشر؟ **٢٤,٦م**
٣ **سفر:** قاد عمر سيارته ٨ كلم شرقًا ثم ٥ كلم شمالًا. فكم بُعده عن نقطة البداية، مقرّبًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة؟ **٩,٤ كلم**	٤ **هندسة:** ما محيط مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٥ سم، وطول إحدى ساقيه ٩ سم؟ **٣٦سم**
٥ **فن:** صمّم محمود إطارًا مستطيل الشكل لصورة، فإذا كان بُعدا الإطار ٢٠ سم، ٣٠ سم، فما طول قطره، مقرّبًا الناتج إلى أقرب عُشر سم؟ **٣٦,١سم**	٦ **بناء:** وضع خالد سُلّمًا طوله ٦ م على حائط ليصل إلى نافذة ترتفع عن الأرض ١ ,٥ م. فما بُعد أسفل السلم عن الحائط، مقرّبًا الناتج إلى أقرب عُشر؟ **٣,٢م**
٧ **تصميم:** باب طوله ٣ أمتار، وعرضه ٢ ,١ متر. فما طول قطره، مقرّبًا الناتج إلى أقرب عُشر؟ **٣,٢م**	٨ **مسافات:** قاس عادل المسافات بين ثلاث مدن ليست على استقامة واحدة على الخريطة. فوجد أن المسافة بينها هي ٧٢ كلم، ٩٠ كلم، ١٥١ كلم. فهل تشكّل مواقع المدن رؤوس مثلث قائم الزاوية؟ **لا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ ـ ٥ التدريبات الإثرائية
علاقات هندسية

يمكن استعمال نظرية فيثاغورس للتعبير عن العلاقات بين عناصر هندسية.

والمثال المجاور يبين طريقة كتابة صيغة لطول قطر مربع بدلالة طول ضلعه.



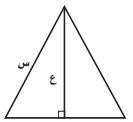
$ق^٢ = س^٢ + س^٢$

$ق^٢ = ٢س^٢$

$ق = \sqrt{٢}\ س$

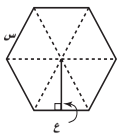
استرشد بالصيغة أعلاه لحل كل من المسائل الآتية. (تضمنت بعض الأشكال خطًّا متقطِّعًا لمساعدتك).

١ الأضلاع الثلاثة في المثلث المتطابق الأضلاع لها الطول نفسه. عبّر عن الارتفاع ع للمثلث المتطابق الأضلاع بدلالة طول ضلعه س.



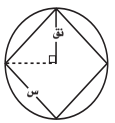
$ع = \frac{\sqrt{٣}}{٢}\ س$

٢ الأضلاع الستة للشكل السداسي المنتظم لها الطول نفسه. عبّر عن الارتفاع ع للسداسي المنتظم بدلالة طول ضلعه س.



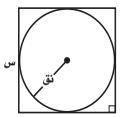
$ع = \frac{\sqrt{٣}}{٢}\ س$

٣ عبّر عن نصف القطر نق للدائرة المرسومة حول المربع بدلالة طول ضلع المربع س.



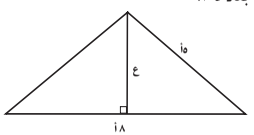
$نق = \frac{س}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٢}}{٢}\ س$

٤ عبّر عن نصف القطر نق للدائرة المرسومة داخل المربع بدلالة طول ضلع المربع س.



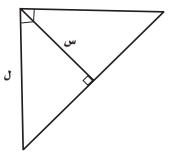
$نق = \frac{س}{٢}$

٥ استعمل المثلث المتطابق الضلعين لتعبر عن الارتفاع ع بدلالة أ.



$ع = ٣أ$

٦ استعمل المثلث المتطابق الضلعين القائم الزاوية؛ لتعبر عن س بدلالة ل.



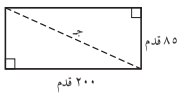
$س = \frac{ل}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٢}\ ل}{٢}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٦ تدريبات إعادة التعليم
تطبيقات على نظرية فيثاغورس

يمكنك استعمال نظرية فيثاغورس لحل مسائل مختلفة.

مثال **طول ملعب تزلج مستطيل الشكل ٢٠٠ قدم، وعرضه ٨٥ قدمًا. فما طول قطره؟**



جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} نظرية فيثاغورس

جـ^{٢} = ٢٠٠^{٢} + ٨٥^{٢} عوِّض عن أ بـ ٢٠٠، وعن ب بـ ٨٥

جـ^{٢} = ٤٠٠٠٠٠ + ٧٢٢٥ احسب ٢٠٠^{٢}، ٨٥^{٢}

جـ^{٢} = ٤٧٢٢٥ بسّط

$\sqrt{\text{جـ}^{٢}}$ = $\sqrt{٤٧٢٢٥}$ تعريف الجذر التربيعي

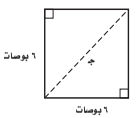
جـ ≈ ٢١٧,٣ بسّط

طول القطر ٢١٧,٣ قدمًا تقريبًا

تمارين

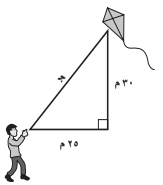
اكتب معادلة يمكن استعمالها للإجابة عن كل سؤال مما يأتي، ثم حلّها وقرّب الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:

١ ما طول قطر الشكل؟



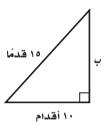
جـ^{٢} = ٦^{٢} + ٦^{٢}، جـ ≈ ٨,٥ بوصة

٢ ما طول خيط الطائرة الورقية؟



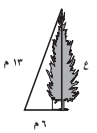
جـ^{٢} = ٢٥^{٢} + ٣٠^{٢}، جـ ≈ ٣٩,١ م

٣ ما ارتفاع السطح المائل (ب) ؟



١٥^{٢} = ١٠^{٢} + ب^{٢}، ب ≈ ١١,٢ قدم

٤ ما ارتفاع الشجرة ؟



١٣^{٢} = ع^{٢} + ٦^{٢}، ع ≈ ١١,٥ م

الاسم: ..... التاريخ : .....

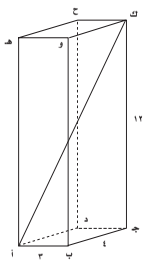
٢ - ٦ تدريبات حل المسألة
تطبيقات على نظرية فيثاغورس

١ **كرة التنس:** طول طاولة التنس ٢,٧ م، وعرضها ١,٥ م. فما المسافة من أحد أركان الطاولة إلى الركن المقابل له، مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر؟ **٣,١ م**	٢ **سباق:** يتكون سباق مدرسي من ٣ مراحل، بحيث كان مساره على شكل مثلث قائم الزاوية. طولا ساقيه ٨ كلم سباحة، و١٠ كلم جري. أما وتر المثلث القائم الزاوية، فيمثِّل جزء ركوب الدراجات في السباق. فما طول هذا الجزء، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك؟ **١٢,٨ كلم**
٣ **سلم:** يستند سلم طوله ٥,١ م على حائط رأسي. فإذا كان أسفل السلم يبعد ٢,٤ م عن قاعدة الحائط. فكم يرتفع أعلى السلم عن الأرض مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك؟ **٤,٥ م**	٤ **سفر:** سافر محمد ٣٥ كلم شمالًا ثم ١٨ كلم شرقًا. فكم أصبح بعده عن نقطة البداية، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك؟ **٣٩,٤ كلم**
٥ **أعلام:** يمتد سلك طوله ٩ م من أعلى قمة سارية العلم إلى الأرض على بعد ٤,٥ م من قاعدة السارية. فما ارتفاع سارية العلم، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر؟ **٧,٨ م**	٦ **تلفاز:** يبلغ عرض تلفاز ٢٥ بوصة، وارتفاعه ١٨ بوصة. فما قياس قطر التلفاز، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر؟ **٣٠,٨ بوصة**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٦ التدريبات الإثرائية

نظرية فيثاغورس في المستوى الثلاثي الأبعاد



يمثّل الشكل المجاور منشورًا قاعدته مستطيلة، وأبعاده ٣ ، ٤ ، ١٢ وحدة.

استعمل نظرية فيثاغورس لتجد طول القطر أ جـ ثم أوجد طول القطر أ ك.

(أ جـ)^{٢} = ٣^{٢} + ٤^{٢} (أ ك)^{٢} = ٥^{٢} + ١٢^{٢}

(أ جـ)^{٢} = ٩ + ١٦ (أ ك)^{٢} = ٢٥ + ١٤٤

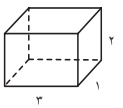
(أ جـ)^{٢} = ٢٥ (أ ك)^{٢} = ١٦٩

أ جـ = $\sqrt{٢٥}$ أ ك = $\sqrt{١٦٩}$

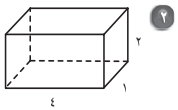
أ جـ = ٥ أ ك = ١٣

طول قطر المنشور المستطيل (متوازي المستطيلات) هو ١٣ وحدة.

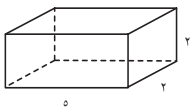
أوجد طول قطر كل منشور مستطيلي فيما يأتي، وقدّر الناتج إلى أقرب جزء من مئة:

١ 

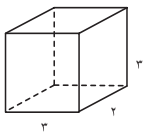
٣,٧٤ وحدات

٢ 

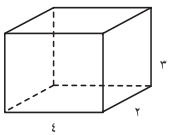
٤,٥٨ وحدات

٣ 

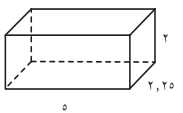
٥,٧٤ وحدات

٤ 

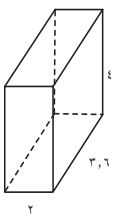
٤,٦٩ وحدات

٥ 

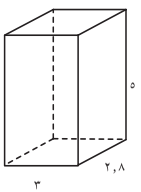
٥,٣٩ وحدات

٦ 

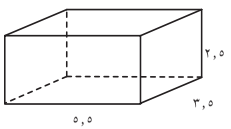
٥,٨٤ وحدات

٧ 

٥,٧٤ وحدات

٨ 

٦,٤٧ وحدات

٩ 

٦,٩٨ وحدات

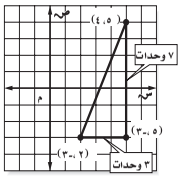
الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٧ تدريبات إعادة التعليم

هندسة : الأبعاد في المستوى الإحداثي

يمكنك استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي.

مثال **أوجد المسافة بين النقطتين (٢، −٣)، (٥، ٤)**



مثّل النقطتين في المستوى الإحداثي ثم صل بينهما بقطعة مستقيمة، ثمّ ارسم الخط الأفقي المار بالنقطة(٢، −٣) والخط الرأسي المار بالنقطة(٥، ٤). فيتقاطع الخطان عند النقطة(٥، −٣).

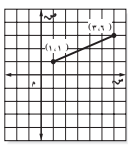
عدّ الوحدات لإيجاد طولي ساقي المثلث. الطولان هما ٣، ٧ وحدات، ثم استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر.

جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}	نظرية فيثاغورس
جـ^{٢} = ٣^{٢} + ٧^{٢}	أ = ٣، ب = ٧
جـ^{٢} = ٩ + ٤٩	احسب ٣^{٢}، ٧^{٢}
جـ^{٢} = ٥٨	بسّط
$\sqrt{جـ^{٢}}$ = $\sqrt{٥٨}$	تعريف الجذر التربيعي
جـ = ٧,٦	بسّط

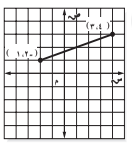
فتكون المسافة بين النقطتين ٧,٦ وحدات تقريبًا.

تمارين

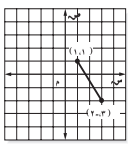
احسب المسافة بين كل زوج من النقاط الآتية إلى أقرب عُشر،إذا لزم ذلك:

١ 

٥,٤ وحدات

٢ 

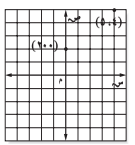
٦,٣ وحدات

٣ 

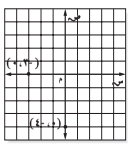
٣,٦ وحدات

احسب المسافة بين كل زوج من النقاط الآتية إلى أقرب عُشر، إذا لزم ذلك:

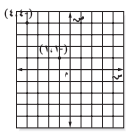
٤ (٤، ٥)، (٠، ٢) **٥ وحدات**



٥ (٠، −٤)، (−٣، ٠) **٥ وحدات**



٦ (−١، ١)، (−٤، ٤) **٤,٢ وحدات**



الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٧ تدريبات حل المسألة

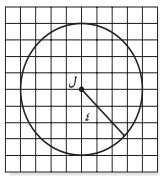
هندسة : الأبعاد في المستوى الإحداثي

١ **آثار:** يستعمل عالم آثار خيطًا لتكوين نظام إحداثيات. وقد وجد حفرتين متشابهتين عند النقطتين (١، ٤)، (٥، ٢). فما المسافة بين الحفرتين، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا تطلّب الأمر ذلك؟ **٤,٥ وحدات**	٢ **ألعاب:** يستعمل يحيى نظام إحداثيات باستعمال وحدات القدم لتعيين مواقع نبتات الخضراوات. فكانت نبتة طماطم عند النقطة (١، ٣)، ونبتة فلفل عند النقطة (٥، ٦)، فما المسافة بين النبتتين، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا تطلّب الأمر ذلك؟ **٥ أقدام**
٣ **شطرنج:** يلعب محمد وعلي لعبة الشطرنج المكونة من ٨ مربعات× ٨ مربعات، ويستعملان نظام الإحداثيات على لوح اللعبة، ويسجلان مواقع القطع في أثناء اللعب. لاحظ محمد أن قطعته عند النقطة (٤، ٢)، أمّا قطعة علي فكانت عند النقطة (٧، ٨). فما البعد بين القطعتين، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا تطلّب الأمر ذلك؟ **٦,٧ وحدات**	٤ **خرائط:** عملت سامية خريطة مفصلة لحديقتها واستعملت نظامًا إحداثيًّا بالأمتار. فكانت شجرة البلوط القديمة عند النقطة (٤، ٨)، أما صخرة الجرانيت، فكانت عند النقطة (– ٣، ٧) . فما البعد بين شجرة البلوط وصخرة الجرانيت، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا تطلّب الأمر ذلك؟ **٧,١ أمتار**
٥ **هندسة :** إذا كانت إحداثيات النقطتين أ ، ب على الترتيب: (– ٧، ٥)، (٤، – ٣)، فما المسافة بين النقطتين، مقرّبًا إلى أقرب عُشر إذا تطّلب الأمر ذلك؟ **١٣,٦ وحدة**	٦ **هندسة :** إذا كانت إحداثيات النقط أ ، ب ، جـ هي(٥، ٤)، (– ٢، ١)، (٤، – ٤) على الترتيب، فأي النقطتين ب أم جـ أقرب إلى النقطة أ؟ **ب**
٧ **اكتشاف المعادن:** استعمل أحمد نظامًا إحداثيًّا بالأمتار لتحديد مواقع الأجسام التي يجدها باستعمال جهاز اكتشاف المعادن، وقد حالفه الحظ في أحد الأيام، فوجد خاتمًا في النقطة (٥، ٧) وعملة قديمة في النقطة (١٠، ١٩)، فما البعد بينهما، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا تطلّب الأمر ذلك؟ **١٣ وحدة**	٨ **مدينة ألعاب:** يستعمل القائمون على مدينة ألعاب نظامًا إحداثيًّا لتحديد المواقع داخلها، إذا كان سعد عند النقطة(٢، ٣)، والأفعوانية عند النقطة(٧، ٨)، ولعبة القوارب عند النقطة (٩، ١)، فأيّ اللعبتين أقرب إلى سعد :الأفعوانية، أم لعبة القوارب؟ **الأفعوانية**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٢ - ٧ التدريبات الإثرائية

الدوائر في المستوى الإحداثي



تُعرّف الدائرة على أنها مجموعة كل نقاط المستوى، التي تقع على مسافة محددة من نقطة ثابتة. ويمثّل الشكل الآتي مجموعة جميع النقاط التي تقع على بعد ٤ وحدات من النقطة ل.

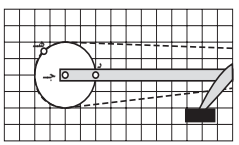
قانون المسافة بين نقطتين: إذا كانت أ(س$_{١}$ ، ص$_{١}$)، ب(س$_{٢}$ ، ص$_{٢}$)، فإن المسافة بين النقطتين أ، ب يمكن إيجادها بالقانون $\sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

استعمل قانون المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي في الإجابة عن الأسئلة الآتية:

١ تُسمّى المسافة من مركز الدائرة إلى أي نقطة عليها بـ **نصف القطر** .

٢ إذا كانت إحداثيات نقطتي نهاية طرفي قطر دائرة هما: (– ١، ٢)، (٩، – ٤)، فما إحداثيات مركز الدائرة؟
(٤، -١)

٣ إذا كانت إحداثيات نقطتي طرفي قطر دائرة هما: (٢، ٣) ، (١٠، ٦)، فما طول نصف قطر الدائرة؟
$\frac{\sqrt{٧٣}}{٢} \approx$ **٤,٢٧**



٤ يمثّل الشكل المجاور مخطط جهاز ناقل الحركة الدائري في المستوى الإحداثي، حيث النقطة جـ (٥، ٤) هي مركز جهاز ناقل الحركة. والنقطة د (٧، ٤) هي على محور الدواسة. ويصبح محور الدواسة عند النقطة هـ بعد أن يتم $\frac{٣}{٨}$ دورة. أوجد المسافة بين النقطتين د ، هـ .
$\sqrt{(٢+\sqrt{٢})^{٢} + (\sqrt{٢})^{٢}} \approx$ **٣,٧**

٥ إحداثيات مركز دائرة هي (١، ٣). والنقطتان أ ، ب تقعان على الدائرة. حيث أ (٥ ، ٠) ، ب (٤ ، ص). اذكر إحداثيات جميع المواقع الممكنة للنقطة ب.
(٤، ٧)، (٤، -١)